



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине
«Математика для экономистов»

38.03.01 Экономика

Профиль подготовки
Финансы и кредит

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
Очн -

Статус дисциплины: входит в обязательную часть

Махачкала 2024 год

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математика для экономистов» составлен в 2024 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.01 Экономика бакалавриат, утвержденного приказом Минобрнауки от «12» августа 2020 г. № 954

:

7 «27» 03

2024 .



«27» 03 2024 .

7



1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ по дисциплине «Математика для экономистов»

1.1. Основные сведения о дисциплине

Общая трудоемкость дисциплины составляет 10 зачетных единиц (360 академических часов).

Очн - форма обучения

Вид работы	Трудоемкость, академических часов			
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	всего
Общая трудоёмкость	180	180		360
Контактная работа:				
Лекции (Л)	16	30		46
Практические занятия (ПЗ)	16	30		46
Лабораторные работы (ЛЗ)	8	14		22
Консультации				
Промежуточная аттестация (экзамен)	36	36		
Самостоятельная работа:	104	70		174+72
- самостоятельное изучение разделов (перечислить);	24	20		
- самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий;	30	20		
- подготовка к практическим занятиям;	30			
- подготовка к лабораторным занятиям;		10		
- подготовка к рубежному контролю.	20	20		

1.2. Требования к результатам обучения по дисциплине, формы их контроля и виды оценочных средств

№ п/п	Контролируемые модули, разделы дисциплины	Код контролируемой компетенции (или её части)	Оценочные средства		Способ контроля
			наименование	№№ заданий	
1	Модуль 1. Элементы линейной алгебры.	ОПК-2 Б-ОПК-2.1.	Вопросы по теме	2.1. Тема 1-2	устно
			Решение задач	2.2. №1-3	письменно
			Тесты по теме	2.3. №1-11	письменно
			контрольная работа	2.4. № 1	Письменно
			Лабораторная работа	2.5. №1-2	письменно
2	Модуль 1. Линейное пространство. n-мерные векторы	ОПК-2 Б-ОПК-2.1.	Вопросы по теме	2.1. Тема 3-4	устно
			Решение задач	2.2. №10-15	письменно
			Тесты по теме	2.3. №12-20	письменно
			контрольная работа	2.4. № 2	письменно
			Лабораторная работа	2.5. №3	письменно
3	Модуль 2. Элементы аналитической геометрии	ОПК-2 Б-ОПК-2.1.	Вопросы по теме	2.1. Тема 5	устно
			Решение задач	2.2. №16-25	письменно
			Тесты по теме	2.3. №21-23	письменно
			контрольная работа	2.4. № 3	письменно

			Лабораторная работа	2.5. №4	письменно
4	Модуль 2. Кривые 2-го порядка	ОПК-2 Б-ОПК-2.1.	Вопросы по теме	2.1. Тема 6-7	устно
			Решение задач	2.2. № 26-32	письменно
			Тесты по теме	2.3. №24-40	письменно
			контрольная работа	2.4. № 4	письменно
			Лабораторная работа	2.5. №5	письменно
5	Модуль 3. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	ОПК-2 Б-ОПК-2.1.	Вопросы по теме	2.1. Тема 8-12	устно
			Решение задач	2.2. № 33-57	письменно
			Тесты по теме	2.3. № 46-62	письменно
			контрольная работа	2.4. № 5	письменно
			Лабораторная работа	2.5. №6	письменно
6	Модуль 4. Дифференциальное исчисление функции многих переменных. Интегралы	ОПК-2 Б-ОПК-2.1.	Вопросы по теме	2.1. Тема 13-15	устно
			Решение задач	2.2. № 58-77	письменно
			Тесты по теме	2.3. № 63-84	письменно
			контрольная работа	2.4. № 6	письменно
			Лабораторная работа	2.5. №7	письменно
7	Модуль 6. Ряды. Комплексные числа	ОПК-2 Б-ОПК-2.1.	Вопросы по теме	2.1. Тема 16-17	устно
			Решение задач	2.2. № 78-84	письменно
			Тесты по теме	2.3. № 85-92	письменно
			контрольная работа	2.4. № 8	письменно
			Лабораторная работа	2.5. №8	письменно
8	Модуль 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения	ОПК-2 Б-ОПК-2.1.	Вопросы по теме	2.1. Тема 18-20	устно
			Решение задач	2.2. № 85-91	письменно
			Тесты по теме	2.3. № 93-103	письменно
			контрольная работа	2.4. № 9	письменно
			Лабораторная работа	2.5. №9	письменно
9	Модуль 8. Теория вероятностей. События и их вероятности Случайные величины.	ОПК-2 Б-ОПК-2.1.	Вопросы по теме	2.1. Тема 21-24	устно
			Решение задач	2.2. № 92-113	письменно
			Тесты по теме	2.3. № 104-121	письменно
			контрольная работа	2.4. № 10	письменно
			Лабораторная работа	2.5. № 10-11	письменно
11	Модуль 9. Элементы математической статистики	ОПК-2 Б-ОПК-2.1.	Вопросы по теме	2.1. Тема 25-27	устно
			Решение задач	2.2. № 114-125	письменно
			Тесты по теме	2.3. № 122-130	письменно
			контрольная работа	2.4. № 11	письменно
			Лабораторная работа	2.5. №12	письменно

1.3. Показатели и критерии определения уровня сформированности компетенций

№ п/п	Индекс компетенции	Уровни сформированности компетенции			
		Недостаточный	Удовлетворительный (достаточный)	Базовый	Повышенный
1	ОПК-2	Отсутствие признаков удовлетворительного уровня	Достаточно знает и <i>воспроизводит</i> : статистические методы формирования данных и способен применять направления и методы анализа информации в контексте конкретных управленческих задач, основы математических методов Удовлетворительно <i>понимает</i> математические методы для решения управленческих задач, оценивает состояние и умеет прогнозировать экономические явления и процессы Удовлетворительно владеет и <i>применяет</i> : количественный и качественный анализ информации при принятии управленческих решений, построении экономических и организационно-управленческих моделей путем их адаптации к конкретным задачам управления	Знает и <i>воспроизводит</i> : статистические методы формирования данных и способен применять направления и методы анализа информации в контексте конкретных управленческих задач, основы математических методов <i>Понимает</i> математические методы для решения управленческих задач, умеет оценивать состояние и прогнозировать экономические явления и процессы Владеет и <i>применяет</i> : количественный и качественный анализ информации при принятии управленческих решений, построении экономических и организационно-управленческих моделей путем их адаптации к конкретным задачам управления	Отлично знает и <i>воспроизводит</i> : статистические методы формирования данных и способен применять направления и методы анализа информации в контексте конкретных управленческих задач, основы математических методов <i>Отлично понимает</i> математические методы для решения управленческих задач, умеет оценивать состояние и прогнозировать экономические явления и процессы Отлично владеет и <i>применяет</i> : количественный и качественный анализ информации при принятии управленческих решений, построении экономических и организационно-управленческих моделей путем их адаптации к конкретным задачам управления

2. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ОЦЕНКИ знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины «Математика»

2.1. Перечень вопросов по теме для устного обсуждения

Модуль 1. Элементы линейной алгебры

Тема 1. Матрицы и определители

1. Матрицы. Основные определители.
2. Линейные операции над матрицами.
3. Умножение матриц.

4. Транспонирование матриц
5. Некоторые экономические и другие приложения матриц
6. Определение определителей II и III порядков.
7. Миноры и алгебраические дополнения.
8. Свойства определителей.
9. Определители высших порядков.
10. Ранг матрицы: определения и утверждения о ранге матрицы
11. Обратная матрица

Тема 2. Системы линейных уравнений

1. Определение СЛАУ.
2. Правило Крамера (теорема и формула).
3. Решение СЛАУ методом Жордана-Гаусса (краткое содержание). Симплексная таблица.
4. Однородные СЛАУ.
5. Решение СЛАУ в матричной форме
6. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики

Тема 3. Линейное пространство. Векторы. Пространство R^n .

1. Определение линейного пространства
2. N- мерные векторы и действия над ними.
3. Скалярное произведение векторов: определение скалярного произведения векторов пространства R^n , свойства, параллельность и перпендикулярность векторов и угол между 2 векторами.
4. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Определения и свойства.
5. Понятие базиса пространства
6. Разложение векторов пространства R^n по его базису.
7. Понятие о базисе и ранге системы векторов

Тема 4. Линейные операторы. Квадратичные формы

7. Линейные операторы.
8. Определение линейного оператора
9. Матрица линейного оператора в данном базисе
10. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
11. Некоторые экономические приложения понятия собственных значений.
12. Понятие о квадратичных формах).
13. Линейная модель обмена

Модуль 2. Элементы аналитической геометрии

Тема 5. Элементы аналитической геометрии.

Прямая на плоскости. Уравнение линии на плоскости.

1. Уравнение линии на плоскости.
2. Прямая на плоскости.
3. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
4. Общее уравнение прямой.
5. Уравнение прямой в отрезках на осях.
6. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку в данном направлении.

7. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
8. Взаимное расположение прямых на плоскости.

Тема 6. Кривые II порядка.

Кривые II порядка:

1. окружность,
2. эллипс,
3. гипербола - определение и каноническое уравнение
4. парабола - определение и каноническое уравнение

Тема 7. Плоскость и прямая в \mathbb{R}^3 .

1. Различные уравнения плоскости в \mathbb{R}^3 . Взаимное расположение 2 плоскостей. Угол между 2 плоскостями. (Формулы и пояснения).
2. Различные уравнения прямой в \mathbb{R}^3 . Взаимное расположение 2 прямых. Угол между 2 прямыми. (Формулы и пояснения).
3. Взаимное расположение прямой и плоскости в \mathbb{R}^3 : точка их пересечения и угол между прямой и плоскостью. (Формулы и пояснения).
4. Расстояние от точки до прямой на плоскости (и до плоскости в пространстве).

Модуль 3. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Тема 8. Функция. Предел функции одной переменной

1. Функция. Основные понятия и определения.
2. Основные элементарные функции и их графики.
3. Задачи на проценты. Простые и сложные проценты.
4. Числовые последовательности: определение и формы задания; арифметическая и геометрическая прогрессии;
5. бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства; предел числовой последовательности;
6. свойства пределов числовых последовательностей.

Тема 9. Предел и непрерывность функции.

1. Определение предела функции в точке. Односторонние пределы.
2. Основные теоремы о пределах.
3. Два замечательных предела и их обобщения.
4. Раскрытие неопределенностей вида: $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $0 \cdot \infty$, 1^∞ , $\infty - \infty$.
5. Сравнение бесконечно малых.
6. Непрерывность функции. Теоремы о непрерывных функциях. Свойства непрерывных функций.
7. Точки разрыва функций.

Тема 10. Производная функции одной переменной и ее применение.

1. Определение производной, ее геометрический и физический смысл.
2. Дифференцируемость и дифференциал функции.
 - 1) Определение дифференцируемости функции;
 - 2) дифференциал функции;

- 3) дифференцируемость и непрерывность;
 - 4) применение дифференциала к приближенным вычислениям.
3. Правила нахождения и таблица производных.

Тема 11. Производные сложных функций.

- 1. Производная сложной функции
- 2. обобщенная таблица производных.

Тема 12. Экономические и некоторые другие приложения производной. Исследование функций.

- 1. Физический смысл производной.
- 2. Экономический смысл производной.
- 3. Эластичность функции. Эластичность спроса относительно цены.
- 4. Правило Лопиталя.
- 5. Применение производной к исследованию функций

Модуль 4. Дифференциальное исчисление функции многих переменных Интегралы.

Тема 13. Дифференциальное исчисление функции многих переменных

- 1. Определение Функции многих переменных.
- 2. Частные и полные приращения функции двух переменных
- 3. Частные производные высших порядков. Теорема о смешанных производных
- 4. Полные дифференциалы 1 и 2 порядков. функции многих переменных.
- 5. Определения локальных экстремумов. Необходимое условие локального экстремума.
- 6. Достаточные условия существования локального экстремума.
- 7. Глобальные экстремумы функции многих переменных.
- 8. Экстремумы выпуклых (вогнутых) функций.

Тема 14. Неопределенные интегралы.

- 1. Первообразная функция и неопределенный интеграл.
- 2. Свойства неопределенных интегралов.
- 3. Таблица неопределенных интегралов.
- 4. Основные методы интегрирования: непосредственное, заменой переменной и по частям.
- 5. Интегрирование некоторых рациональных, тригонометрических и иррациональных функций.

Тема 15. Определенный интеграл и его приложения.

- 1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла.
- 2. Свойства определенных интегралов и формула Ньютона-Лейбница.
- 3. Замена переменной в определенном интеграле и интегрирование по частям.
- 4. Геометрические и другие приложения определенного интеграла.
- 5. Несобственные интегралы.

2 семестр

Модуль 6. Ряды. Комплексные числа

Тема 16 . Числовые ряды и степенные ряды.

- 1. Числовые ряды. Основные понятия и определения.
- 2. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.

3. Положительные ряды. Достаточные признаки сходимости положительных рядов: 1) признак сравнения; 2) признаки Даламбера и Коши; 3) интегральный признак.
4. Знакопеременные ряды; абсолютная и условная сходимости; Теорема Лейбница.
5. Степенные ряды. «Теорема Абеля». Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
6. Ряды Тейлора и Маклорена. Некоторые применения рядов.

Тема 17. Определение комплексного числа. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.

1. Определение комплексного числа.
2. Сопряжённые комплексные числа.
3. Действия над комплексными числами.
4. Тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра.
5. Показательная форма комплексного числа. Формула Эйлера.

Модуль 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Тема 18. Дифференциальные уравнения I-го порядка.

1. Понятие дифференциального уравнения
2. Дифференциальные уравнения I-го порядка с разделяющимися переменными
- Линейные дифференциальные уравнения I-го порядка.

Тема 19. Дифференциальные уравнения II-го порядка.

1. Дифференциальные уравнения II порядка.
2. Некоторые простейшие ДУ II порядка и задача Коши.

Тема 20. Линейные ДУ II порядка с постоянными коэффициентами

1. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
2. Линейные неоднородные ДУ II-го порядка с постоянными коэффициентами.
3. Примеры применения ДУ в экономической динамике

Модуль 8. Теория вероятностей. Случайные события и их вероятности

Тема 21. Случайные события и их вероятности.

1. Основные понятия ТВ.
2. Классическое определение вероятности.

Тема 22. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение испытаний.

1. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
2. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
3. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
4. Теоремы Лапласа. Формула Пуассона.
5. Решение задач

Тема 23. Понятие случайной величины

1. Закон распределения ДСВ.
2. Функция распределения вероятностей случайной величины.
3. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины.
4. Свойства плотностей распределения

Тема 24. Числовые характеристики случайных величин

- 1 Математическое ожидание дискретной случайной величины
- 2 Математическое ожидание непрерывной случайной величины

3. Сумма и произведение случайных величин.
4. Свойства математического ожидания
5. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайной величины.
6. Одинаково распределенные взаимно-независимые случайные величины.

Модуль 9. Элементы математической статистики

Тема 25. Выборочный метод

1. Выборка.
2. Эмпирические функции распределения.
3. Полигон, гистограмма.
 4. Точечные оценки
 5. Метод произведений вычисления выборочных средней и дисперсии

Тема 26. Статистические оценки параметров распределения

1. Статистическая гипотеза
2. Статистический критерий
3. Проверка гипотез:
 - 1). Гипотеза о генеральной средней
 - 2). Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей
 - 3). Проверка гипотезы о законе распределения

Тема 27. Корреляция и регрессия

1. Понятия корреляционного и регрессионного анализов
2. Коэффициент корреляции и его оценка.
3. Кривая регрессии.
4. Выборочное уравнение прямой линии регрессии.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» (86-100 баллов) выставляется студенту, если студент полно и аргументировано отвечает по содержанию задания; обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные; излагает материал последовательно и правильно;
- оценка «хорошо» (66-85 баллов) студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время при ответе допускает несущественные погрешности.
- оценка «удовлетворительно» (51-65 баллов) студент обнаруживает знание и понимание основных положений данного вопроса, но излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил; не умеет глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; излагает материал непоследовательно и допускает ошибки; для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.
- оценка «неудовлетворительно» (менее 51 баллов) студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал; допускается грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.

2.2. Типовые задачи

Модуль 1. Элементы линейной алгебры.

Задача №1. Найти матрицу $C = A - 2B + E$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача №2 Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Найти $A \cdot B + A^T$

Задача №3. Найти ранги следующих матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 5 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -23 & 4 \\ 3 & 21 & 2 \\ 5 & -27 & 10 \\ 4 & 4 & 6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задача №4. Найти обратную матрицу для матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача №5. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 4 & 3 & -3 \\ 2 & 3 & -2 \\ 5 & 5 & -4 \end{vmatrix}$.

Задача №6. Вычислить определитель, разложив по элементам первой строки.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

Задача №7. Решить СЛАУ методом Жордана-Гаусса,

найти ее общее, базисное и несколько частных решений:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

Задача № 8 Решить СЛАУ методом Жордана-Гаусса и найти ее общее, базисное и несколько частных решений:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 7; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0. \end{cases}$$

Задача №9. найти решение системы по формулам Крамера, методом Гаусса и с помощью обратной матрицы:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 10, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -3, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

Модуль 2. Линейное пространство. n-мерные векторы

Задача №10. Найти линейную комбинацию векторов $3\bar{a} + 4\bar{b} - \bar{c}$, где $\bar{a} = (4, 1, 3, -2)$, $\bar{b} = (1, 2, -2, 3)$, $\bar{c} = (10, 8, 1, -3)$.

Задача №11. Найти линейную комбинацию векторов

$$(\bar{a}, \bar{b})\bar{c} - 3(\bar{a}, \bar{c})\bar{a} + 3(\bar{b}, \bar{c})\bar{b},$$

где $\bar{a} = (4, 1, 3, -2)$, $\bar{b} = (1, 2, -2, 3)$, $\bar{c} = (10, 8, 1, -3)$.

Задача №12. Для векторов $\bar{a} = (2, 4, -3, 0)$ и $\bar{b} = (-1, 2, 2, -5)$ найти их длину и угол между ними.

Вычислить $(\bar{a} - \bar{b})^2$, если $|\bar{a}| = 2\sqrt{2}$, $|\bar{b}| = 4$, угол между векторами $\varphi = 135^\circ$.

Задача №13. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$. Проверить непосредственным вычислением, какие из данных ниже векторов являются собственными векторами этой матрицы, и указать соответствующие собственные значения:

$$\bar{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \bar{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}, \bar{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \bar{d} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \bar{e} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задача №14. Определить, являются ли зависимыми векторы $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3$: $\bar{a}_1 = (2, -1, 3)$, $\bar{a}_2 = (1, 4, -1)$, $\bar{a}_3 = (0, -9, 5)$;

Задача №15. Определить, являются ли зависимыми векторы $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3$: $\bar{a}_1 = (1, 2, 0)$, $\bar{a}_2 = (3, -1, 1)$, $\bar{a}_3 = (0, 1, 1)$.

Показать, что векторы $\bar{a}_1 = (1, -1, 3)$, $\bar{a}_2 = (3, -1, 1)$ и $\bar{a}_3 = (0, 1, 1)$ образуют базис.

Модуль 3. Элементы аналитической геометрии

Задача №16. Написать уравнение пучка прямых, проходящих через точку $M_0(3;2)$ и выделить из этого пучка прямые, проходящие параллельно и перпендикулярно. Прямой $y = x+5$.

Задача №17. Прямые $5x - 4y + 16 = 0$ и $4x + y - 4 = 0$ служат сторонами треугольника, а точка $D(1;3)$ — точкой пересечения его медиан. Составить уравнение третьей стороны.

Задача №18. Прямые $5x - 3y + 14 = 0$ и $5x - 3y - 20 = 0$ служат сторонами, а прямая $x - 4y - 4 = 0$ — его диагональю. Составить уравнение двух других сторон ромба.

Задача №19. Найти координаты точки, симметричной точке $A(5; 2)$ относительно прямой, проходящей через точки $B(4; -1)$ и $C(7; -2)$.

Задача №20 Точки $A(4; 5)$ и $C(2; 1)$ служат двумя противоположными вершинами ромба, а прямая $x - y + 1 = 0$ — одной из его сторон. Составить уравнения остальных сторон ромба.

Задача №21. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $C(4; 7)$, параллельно прямой, проходящей через точки $A(2; 1)$ и $B(-2; -6)$.

Задача №22. Даны точки $A(-2; 3)$, $B(4; 6)$ и $C(1; 8)$. Найти координаты точки, симметричной точке C относительно прямой, проходящей через точки A и B .

Задача №23. В треугольнике ABC даны стороны $AC: 3x + 8y - 37 = 0$ и $AB: 2x - 3y + 17 = 0$ и координаты вершин $B(2; 7)$ и $C(7; 2)$. Написать уравнение медианы AF и высоты CD .

Задача №24. Прямые $3x - 4y + 16 = 0$ и $4x - y - 11 = 0$ служат сторонами параллелограмма, а точка $P(2; 7)$ — точкой пересечения его диагоналей. Составить уравнения двух других сторон параллелограмма.

Задача №25. Точки $A(3; -1)$ и $B(4; 5)$ служат вершинами треугольника, а точка $D(2; 1)$ — точкой пересечения его медиан. Составить уравнение высоты, опущенной из третьей вершины

Модуль 4. Кривые второго порядка

Задача №26. На эллипсе $9x^2 + 25y^2 = 225$ найти точки, расстояние которых от правого фокуса в четыре раза больше расстояния от левого фокуса.

Задача №27. Эксцентриситет эллипса равен $\frac{\sqrt{3}}{3}$, а сумма расстояний любой его точки до фокусов равна 6. Найти длину хорды, проходящей через фокус и перпендикулярной его большей оси.

Задача №28. Построить параболы: $y^2 = 2x$, $y^2 = -2x$;
 $x^2 = 2y$, $x^2 = -2y$. Найти их фокусы и директрисы.

Задача №29. На эллипсе $9x^2 + 25y^2 = 225$ найти точки, расстояние которых от правого фокуса в четыре раза больше расстояния от левого фокуса.

Задача №30. Построить параболы: $y^2 = 2x$, $y^2 = -2x$;
 $x^2 = 2y$, $x^2 = -2y$. Найти их фокусы и директрисы.

Задача №31. Найти уравнение плоскости, проходящей через прямую

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{4} \text{ и перпендикулярной плоскости } 3x + y - z = -2.$$

Задача №32. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(3; -5; -4)$ и параллельно

$$\text{прямой } \begin{cases} 2x + 4y - 7z + 2 = 0, \\ 4x - 7y + 5z - 1 = 0. \end{cases}$$

Модуль 5. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Задача №33 а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + x + 7}{5x^2 - 4};$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{3x^2 + x};$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x} \right)^{3x};$

Задача №34. Найти производные $\frac{dy}{dx}$, от функций:

а) $y = 2^{\sqrt{x}} \cdot \sin 2x;$ б) $e^y + xy - x^3 = 0;;$

в) $y = (\cos x)^{\cos x};$

Задача №35 Применяя правило Лопиталя, найти предел: а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4e^x}{e^{2x} + 1}.$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\arctg x}.$

Задача №36. Найти $f'(4)$, $f(x) = 4\sqrt{x}(x-2).$

Задача №37. Найти $f'(1)$, если $f(x) = 4\sqrt{x^2 + 3x}.$

Задача №38. Найти $f'(1)$, если $f(x) = \arctg(3x-1).$

Задача №39. Найти $f'(1)$, если $f(x) = 2\lg(x^2 + x)..$

Задача №40. Найти $f'(0)$, если $f(x) = 3x + \arccos 4x.$

Задача №41. Найти $f'(0)$, если $f(x) = \operatorname{arctg} e^{2x}.$

Задача №42. Найти $f'(1)$, если $f(x) = 5\operatorname{arctg}(1+x).$

Задача №43. Найти $f'(1)$, если $f(x) = \frac{-2}{x^2 + 1}.$

Задача №44. Найти $f'(\frac{\pi}{4})$ и $f''(\frac{\pi}{4})$, если $f(x) = -0,5 \sin 2x.$

Задача №45. Найти $f'(0)$ и $f''(0)$, если $f(x) = 8e^{-0,5x}.$

Задача №46. Найти $f'(1)$ и $f''(1)$, если $f(x) = x \ln x.$

Задача №47. Найти $f'(1)$ и $f''(1)$, если $f(x) = 8\sqrt{x}.$

Задача №48. Найти наименьшее значение функции $y = 0,5x^2 - 4x + 4$ на отрезке $[0;6]$

Задача №49. Найти участки возрастания и убывания функции $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x + 3$

Задача №50. Материальная точка движется по закону $S = \frac{1}{3}t^3 - 4t$. Каковы скорость v и

ускорение a движения точки в момент времени $t = 3$?

Задача №51. Пользуясь понятием эластичности функции, определить на сколько процентов изменится значение функции $y = 9,5 + 2x + 0,005x^2$, если значение аргумента $x = 10$ изменить на 1%.

Задача №52. Применяя правило Лопиталя, найти предел: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4e^x}{e^{2x} + 1}$.

Задача №53. Применяя правило Лопиталя, найти предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{arctg} x}$.

Задача №54. Найти участки возрастания V и убывания U функции $y = \ln x + 1/x$.

Задача №55. Найти промежутки выпуклости функции $y = x^2 - 4x + 3$.

Задача №56. Найти наибольшее значение функции $f(x) = 2\sqrt{x} - x$, $x \in [0; 4]$.

Задача №57. Найти наибольшее значение функции $f(x) = 2\sqrt{x} - x$, $x \in [0; 4]$.

МОДУЛЬ 6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ. ИНТЕГРАЛЫ

Задача №58 Проверить выпуклость, вогнутость функции

$$f(x, y) = 4x - 2y - x^2 - 0,5y^2$$

и найти ее глобальный экстремум.

Задача № 59. Найти полные дифференциалы II порядка функций:

$$\text{а) } z = x^2 \cdot y^4 ; \quad \text{б) } z = x^2 \cdot \ln y .$$

Задача №60. Проверить на выпуклость и вогнутость функцию:

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 4y$$

и найти ее глобальный экстремум.

Задача №61. Найти интеграл $\int \left(\frac{1}{\sqrt{4-x^2}} + \frac{1}{x^2} + 1 \right) dx$

Задача №62 Найти интеграл $\int \cos(5x - 6) dx$

Задача №63. Найти $\int \frac{x dx}{\sqrt{2+x^2}}$

Задача №64. Найти $\int \left(x^2 + \frac{1}{x} - \sqrt[3]{x} \right) dx$

Задача №65 .Найти $\int_0^1 \frac{0,5 dx}{\sqrt{x}}$

Задача №66. Найти определённый интеграл $\int_0^{\pi} x^2 \sin x dx$

Задача №67. Найти определённый интеграл $\int_0^{\pi/2} x \sin 2x dx$

Задача №68. Найти определённый интеграл $\int_1^4 \frac{1}{x^3} dx$

Задача №69. Найти определённый интеграл $\int_4^9 \sqrt{x}(1 + \sqrt{x}) dx$

Задача №70. Найти определённый интеграл $\int_0^1 x e^{-x} dx$

Задача №71 Найти определённый интеграл $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$

Задача №72. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sqrt{x^3}, \quad y = 0, \quad x = 2 \text{ вокруг оси } OX.$$

Задача №73. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\text{а) } y = x^2 - 4x, \quad y = 0; \quad \text{б) } y = -x^2 + 3x, \quad y = 0;$$

$$\text{в) } y = x, \quad y = \sin x, \quad 0 \leq x \leq \pi.$$

Задача №74. Найти объем тела, полученного вращением фигуры,

ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}, \quad y = 0, \quad x = 4$, вокруг оси Ox .

Задача №75. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sqrt{x^3}, \quad y = 0, \quad x = 2 \text{ вокруг оси } OX.$$

Задача №76. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\text{а) } y = x^2 - 4x, \quad y = 0; \quad \text{б) } y = -x^2 + 3x, \quad y = 0;$$

$$\text{в) } y = x, \quad y = \sin x, \quad 0 \leq x \leq \pi.$$

Задача №77. Найти объем тела, полученного вращением фигуры,

ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}, \quad y = 0, \quad x = 4$, вокруг оси Ox .

Семестр 2

Модуль 8. Ряды. Комплексные числа

Задача №78. Проверить выполнимость необходимого признака сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 10 \left(\frac{1}{2} \right)^n$

Задача №79. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+2} \right)^n$ по признаку Коши

Задача №80. Используя признак Даламбера, установить сходимость расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$

Задача №81. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$

Задача №82. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$.

Задача №83. Проверить выполнимость необходимого признака сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{3n^2+4}$

Задача №84. Пользуясь интегральным признаком, исследовать сходимость ряда $1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{9} + \frac{1}{13} + \dots$

Модуль 9. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Задача № 85 Найти общее решение ДУ

$$y' = \frac{-2x}{\cos y}$$

Задача №86. Решить ДУ первого порядка $y' = x(y^2 + 1)$

Задача №87. Решить ДУ первого порядка с разделяющимися переменными

$$xy' + 2y = 2xy$$

Задача №88. Решить линейное однородное ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами

$$y'' + 2y' - 3y = 0$$

Задача №89. Решить линейное однородное ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами

$$2y'' + y' = 0$$

Задача №90. Решить линейное ДУ первого порядка

$$y' + \frac{3y}{x} = x^2 - 5x$$

Задача №91. Решить линейное однородное ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами

$$y'' + 2y' + 5y = 0$$

Модуль 10. Теория вероятностей. События и их вероятности.

Задача №92. Магазин получил продукцию в ящиках с четырех оптовых складов: 1 с первого, 3 со второго, 3 с третьего и 2 с четвертого. Случайным образом выбран ящик для продажи. Найти вероятность того, что это будет ящик с первого или с четвертого склада?

Задача №93. Среди 30 студентов, из которых 20 девушек, разыгрываются 5 билетов, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся 3 юноши и 2 девушки?

Задача №94. Покупатель может приобрести акции трех компаний: А, В и С. Надежность первой компании оценивается экспертами на уровне 90%, второй – 95% и третьей – 85%. Чему равна вероятность того, что

а) только одна компания станет банкротом

б) наступит хотя бы одно банкротство?

Задача №95. Для сигнализации об аварии установлены три независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сработает первый сигнализатор равна 0,98, а второй – 0,95, третий – 0,90. Найти вероятность того, что при аварии сработает

а) только два сигнализатора

б) хотя бы один сигнализатор

Задача №96. На сборку поступают однотипные детали с трёх предприятий, причём первое поставляет 40% , второе - 20% и третье - остальное количество. Вероятность появления брака для первого, второго и третьего поставщиков соответственно равны 0,2; 0,1 и 0,15. Выборочный контроль обнаружил брак. Какому предприятию вероятнее всего принадлежит брак?

Задача №97. Отдел технического контроля проверяет поступающие из двух цехов изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие цеха №1 стандартно, равна 0,9, для изделия цеха №2 эта вероятность равна 0,95. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий (по одному от каждого цеха) только одно стандартное.

Задача №98. При проверке качества продукции предприятия общественного питания технолог отмечает несоответствие стандарту в среднем в 20% проверенной продукции. Найти вероятность того, что среди проверенных n единиц продукции окажутся стандартными:

а) k единиц; б) не менее k единиц, при

1) $n = 6; k = 2;$

2) $n = 40; k = 30.$

Задача №99. К пульту охранной системы предприятия подключено 2000 датчиков, причём вероятность появления тревожного сигнала на каждом из них равна 0,0005. Определить вероятность тревоги (для чего достаточно хотя бы одного сигнала).

Модуль 11. Теория вероятностей. Случайные величины.

Задача №100. ДСВ X задана законом распределения

X	1	4	5	7
P	0,1	0,2	0,3	0,4

Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график

Задача №101. ДСВ X задана законом распределения

X	1	2	x_3
P	0,2	p_2	0,3

и имеет математическое ожидание $M(X)=2,6$.
 $D(X)=?$

Задача №102. НСВ X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ (x-2)^2, & 2 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases} \quad \text{Найти } M(X), D(X) \text{ и } \sigma_x$$

Задача №103 Случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ 3x^3, & 2 < x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases} \quad \text{Найти интегральную функцию } F(x).$$

Задача №104. Составить биномиальное распределение ДСВ X - числа мальчиков в семье с пятью детьми в предположении, что рождение мальчика и девочки являются равновероятными событиями.

Задача №105. ДСВ X задана законом распределения

X	0	1	2	3
P	0,1	0,2	0,4	0,2

Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график

Задача №106. ДСВ X задана законом распределения

X	2	4
P	0,2	p_2

Найти $M(X)$, $D(X)$, σ_x . Построить многоугольник распределения

Задача №107. НСВ X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ 5x^4, & 2 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases} \quad \text{Найти } M(X), D(X) \text{ и } \sigma_x$$

Задача №108 Случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ x - 0,5, & 1 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases} \quad \text{Найти интегральную функцию } F(x).$$

Задача №109. В магазин поступила продукция, содержащая 20% некачественных изделий. При проверке отобрано 5 изделий. Написать закон распределения ДСВ X – числа некачественных изделий среди 5 отобранных и построить многоугольник распределения.

Задача №110. ДСВ X задана законом распределения

X	2	3	4
P	0,2	0,4	0,4

Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график

Задача №111. ДСВ X задана законом распределения

X	x_1	4	7
P	0,2	p_2	0,3

и имеет математическое ожидание $M(X)=4,5$
 $D(X)=?$

Задача №112. НСВ X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{3x^3}{5}, & 1 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases} \quad \text{Найти } M(X), D(X) \text{ и } \sigma_x$$

Задача №113. Случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ \frac{3}{4}x^2, & 2 < x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases} \quad \text{Найти интегральную функцию } F(x).$$

Модуль 12. Элементы математической статистики

Задача №114. Дано статистическое распределение частот выборки:

α_i	2	4	5	7
n_i	1	4	3	2

Построить полигон частот.

Задача №115. По данной выборке найти исправленную дисперсию

x_i	1	3	4
n_i	4	5	1

Задача №116. Из генеральной совокупности извлечена выборка:

x_i	2	3	5
n_i	2	5	3

Найти $\sigma(x)$.

Задача №117 Построить гистограмму частот по данной выборке:

$x_i - x_i + 1$	2-3	3-4	4-5
n_i	3	5	2

Задача №118. По данной выборке построить полигон относительных частот

x_i	2	5	7
n_i	1	6	3

Задача №119 Фирма-поставщик в рекламном буклете утверждает, что средний срок безотказной работы предполагаемого изделия – 2900ч. Для выработки из 50 изделий средний срок безотказной работы оказался равным 2720ч. при выборочном среднем квадратичном отклонении 700ч. При 5%-м уровне значимости проверить гипотезу о том, что значение 2900ч. является математическим ожиданием.

Задача №120 Составлена случайная выборка из 64 покупателей, которые интересовались товаром А. Из них товар А купили 16 человек. Поставщик утверждает, что данный товар должен привлечь треть покупателей, а среднее квадратичное отклонение σ_x равно одному человеку. Проверить нулевую гипотезу при 5%-м уровне значимости.

Тема Корреляционный и регрессионный анализы

Задача №121 С целью анализа взаимного влияния зарплаты и текучести рабочей силы на пяти однотипных фирм с одинаковым числом работников проведены измерения месячной зарплаты X и числа уволившихся за год рабочих Y^A

X	100	150	200	250	300
Y	60	35	20	20	15

Найти линейную регрессию Y на X и выборочный коэффициент корреляции.

Задача №122 На основании полученных по результатам измерений Значений величин X и Y

X	4	6	8	10	12
Y	5	8	7	9	14

Найти линейную регрессию X и Y выборочный коэффициент корреляции.

Задача №123 На основании полученных по результатам измерений Значений величин X и Y

X	3	5	7	9	10	12
Y	14	10	9	9	6	5

Найти линейную регрессию X и Y выборочный коэффициент корреляции

Задача №124 Найти выборочное уравнение линейной регрессии X на Y на основании корреляционной таблицы

$y_i \backslash x_i$	15	20	25	30	35	40
100	2	1	-	1	-	-
120	4	-	2	-	-	3
140	-	5	-	10	5	2
160	-	-	3	1	2	3

Задача №125 Найти уравнение регрессии X на Y по данным

$y_i \backslash x_i$	10	15	20	25	30	35
15	6	4	-	-	-	-
25	-	6	8	-	-	-
35	-	-	-	21	2	5
45	-	-	-	4	12	6
55	-	-	-	-	1	5

Критерии оценки:

- **оценка «отлично»** (86-100 баллов) выставляется студенту, если обучающийся демонстрирует (глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, усвоивший взаимосвязь основных понятий дисциплины; способный самостоятельно приобретать новые знания и умения; способный самостоятельно использовать углубленные знания);
- **оценка «хорошо»** (66-85 баллов) выставляется студенту, если обучающийся демонстрирует полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий предусмотренные программой задания, показывающий систематический характер знаний по дисциплине и способный к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшего обучения в вузе и в будущей профессиональной деятельности;
- **оценка «удовлетворительно»** (51-65 баллов) выставляется обучающемуся, обнаружившему знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшего обучения, выполняющего задания, предусмотренные программой, допустившим неточности в ответе, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения;
- **оценка «неудовлетворительно»** (менее 51 балла) выставляется обучающемуся, имеющему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.

2.3 Тестовые задания

Модуль1. Элементы линейной алгебры

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти сумму элементов матрицы

AB

2. -3
3. -1
4. 0
5. 2

2. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$. Найти сумму элементов матрицы AB

1. -6
2. -1
3. 3
4. -2

3. Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

1. -19
2. -1
3. -10
4. 2

4. Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} -3 & -5 \\ 4 & 9 \end{vmatrix}$

1. -7
2. -3
3. -1
1. 0

4. Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & -2 \end{vmatrix}$

1. -8
2. -7
3. 1
4. -3

5. Найти сумму элементов обратной матрицы A^{-1} , для заданной матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$

1. -2
2. -1
3. -4
4. 2

6. Найти сумму элементов обратной матрицы A^{-1} , для заданной матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$

1. -1
2. -3
3. 1
4. 10

7. Найти алгебраическое дополнение элемента a_{ij} матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $a_{ij} = a_{12}$

1. -16
2. -10
3. 1
4. 6

8. Найти алгебраическое дополнение элемента a_{ij} матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$, $a_{ij} = a_{23}$

1. -9
2. -3
3. -1
4. 0

9. При каком значении «а» вспомогательные определители системы линейных уравнений

$$\begin{cases} ax_1 + x_2 = 9, \\ 5x_1 + 2x_2 = 12 \end{cases}, \text{ равны между собой.}$$

1. 4,25
2. 4,5
3. 0,75
4. 4

10. Найти решение системы линейных уравнений $\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 2, \\ 4x_1 + 3x_2 = 7 \end{cases}$

1. (1;1)
2. (1;2)
3. (2;4)
4. (3;0)

11. Найти решение системы линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 1, \\ 3x_1 + x_2 = 4 \end{cases}$

1. (1;1)
2. (1;2)
3. (2;4)
4. (3;0)

Модуль 2. Линейное пространство. n-мерные векторы

12. Найти базисное решение системы, считая x_3 - свободной переменной

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 9 \end{cases}$$

1. (1;3;0)
2. (2;2;0)
3. (8;-8;1)
4. (2;3;0)

13. Найти базисное решение системы, считая x_2 - свободной переменной

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 4 \end{cases}$$

1. (2;0;1)
2. (2;2;0)
3. (8;-8;1)
4. (2;3;0)

14. Найти длину вектора $\vec{a}(-1;-1;2)$

1. $\sqrt{6}$
2. 0
3. 2

4. 6

15. Даны векторы $\vec{a}(1;3)$, $\vec{b}(4;-5)$. Найти координаты вектора $2\vec{a} + \vec{b}$

1. (6;1)
2. (5;2)
3. (2;3)
4. (6;-30)

16. При каком λ векторы $\vec{a}(2\lambda;-4)$, $\vec{b}(1;2)$ линейно зависимы

1. -1
2. -3
3. 6
4. 10

17. Среди векторов $\vec{a} = (3;1)$, $\vec{b} = (1;-2)$, $\vec{c} = (2;-6)$, $\vec{d} = (4;2)$ указать ортогональные.

1. \vec{a}, \vec{c}
2. \vec{b}, \vec{d}
3. \vec{a}, \vec{b}
4. \vec{c}, \vec{d}

18. Дана система векторов: $\vec{a} = (2;6)$, $\vec{b} = (1;3)$, $\vec{c} = (1;1)$. Какие из пар1) \vec{a}, \vec{b} ; 2) \vec{a}, \vec{c} ; 3) \vec{b}, \vec{c} системы векторов образуют базис пространства векторов R^2 ?

1. \vec{a}, \vec{c}
2. \vec{b}, \vec{c}
3. \vec{a}, \vec{b}

19. Даны векторы $\vec{x} = (2;2)$, $\vec{y} = (3;-2)$, $\vec{z} = (4;3)$. Установить правильное соответствие между ответами и искомыми величинами :

1. Сколько среди них ортогональных векторов?
2. Чему равно скалярное произведение векторов $\vec{x} \cdot \vec{y}$?

3. Чему равна длина вектора \vec{z} ?

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 5

20. Даны векторы $\vec{x} = (2; 1)$, $\vec{y} = (1; 0)$, $\vec{z} = (-1; 2)$ Установить правильное соответствие между ответами и искомыми величинами :

1. Сколько среди них ортогональных векторов?
2. Чему равно скалярное произведение векторов $\vec{x} \cdot \vec{y}$?

3. Чему равна длина вектора \vec{z} ?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) $\sqrt{5}$

21. Из уравнения пучка прямых $y + 1 = k(x - 2)$ выделить прямую, проходящую под углом 135° к оси Ox .

1. $x + y - 1 = 0$
2. $y = 2x - 1$
3. $x - y - 3 = 0$
4. $2x - y = 5$

22. Среди прямых: $(l_1) 2x - 2y = 5$, $(l_2) 0,5x - 0,5y = 1$, $(l_3) 2x - y = 2$, $(l_4) x - 2y = 4$ выделить прямые, параллельные прямой $y = x + 3$.

1. (l_1)
2. (l_2)
3. (l_1) и (l_3)
4. (l_2) и (l_4)
5. (l_3) и (l_4)

23. Даны прямые: $(l_1) x - 0,5y = 3,5$ и $(l_2) 3x - y = 13$. Установить правильное соответствие между ответами и искомыми величинами:

1. k_1 - угловой коэффициент прямой (l_1) ;
 2. k_2 - угловой коэффициент прямой (l_2) ;
 3. число $m = y_0 - x_0$, равное разности координат точки их пересечения $M_0(x_0; y_0)$.
- 1) 2
 - 2) 3
 - 3) -1

Модуль 4. Кривые второго порядка

24. Дана гипербола: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Найти расстояние между ее фокусами.

1. 10
2. 7
3. 25
4. 5

25. Дана парабола $y^2 = 4x$. Найти ее фокус $F(x_0, y_0)$ и директрису $x = a$.

1. $x = -1$
2. $F(2; 0)$
3. $x = -2$

4. $F(-1;0)$

26. Установить правильное соответствие между данными уравнениями прямых в пространстве R^3 и приведенными длинами их направляющих векторов.

1. $x = 2 + 2t, y = 1 - t, z = 3 + 2t;$
2. $x = 3 + 2t, y = 4 + 6t, z = 2 + 3t;$
3. $x = 1 + 4t, y = -2 + 2t, z = 4 + 4t.$

- 1) 3
- 2) 7
- 3) 6

27. Найти точку пересечения прямой $(l): x = 1 - 2t, y = 3 + 2t, z = 1 + t$ и плоскости $(\alpha): x + y - 2z = 0$.

1. $M(-1;5;2)$
2. $M(3;1;1)$
3. $M(1;0;1)$
4. $M(1;1;1)$

28. Установить соответствие между понятиями и определениями

1. Эллипс
 2. Окружность
 3. Парабола
 4. Гипербола
- 1) геометрическое место точек, суммы расстояний от которых до фокусов равны
 - 2) геометрическое место точек, равноудаленных от данной точки, называемой центром;
 - 3) Геометрическое место точек, равноудаленных от фокуса и директрисы
 - 4) геометрическое место точек, модули разностей расстояний от которых до фокусов равны;

30. Установить соответствие между понятиями и формулами

1. Эллипс
 2. Окружность
 3. Парабола
 4. Гипербола
- 1) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
 - 2) $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
 - 3) $y^2 = 2px$
 - 4) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

31. Установите соответствие между понятиями и определениями

1. вектор
2. нуль-вектор
3. единичный вектор

4. коллинеарный

- 1) направленный отрезок;
- 2) отрезок, начало и конец которого совпадают;
- 3) вектор, длина которого равна единице;
- 4) векторы, лежащие на параллельных прямых (или на одной прямой);

32. Малая полуось эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ равна _____

33. Радиус окружности $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$ равен _____

34. Величины отрезков, отсекаемых плоскостью $2x + 3y + 6z - 12 = 0$ на осях ОХ и ОУ равны

1. 6
2. 4
3. 3
4. 2

35. Величины отрезков, отсекаемых плоскостью $2x + 3y + 6z - 12 = 0$ на осях ОХ и ОZ равны

1. 6
2. 2
3. 3
4. 4

36. Написать уравнение прямой, проходящей через две данные точки $M_1(5; -3; 2)$, $M_2(3; 1; -2)$ в R^3

1. $\frac{x-5}{-2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-2}{-4}$
2. $\frac{x-3}{-2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+2}{-4}$
3. $\frac{x+2}{5} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+4}{2}$
4. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{4}$

37. Написать уравнение прямой, проходящей через две данные точки $M_1(5; 0; 1)$, $M_2(5; 6; 5)$ в R^3

1. $\frac{x-5}{0} = \frac{y}{6} = \frac{z-1}{4}$
2. $\frac{x-5}{0} = \frac{y-6}{6} = \frac{z-5}{4}$
3. $\frac{x-5}{1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z+1}{4}$
- 4.

$$\frac{x+1}{5} = \frac{y-6}{4} = \frac{z-5}{5}$$

38. Найти угол между двумя прямыми $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$ и $\frac{x+2}{3} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+1}{0}$ в

R^3

1. $\varphi = \arccos \frac{2}{3}$

2. $\varphi = \arccos \frac{14}{15}$

3. $\varphi = \arccos \frac{12}{15}$

4. $\varphi = \arccos \frac{11}{15}$

39. Указать какие из прямых (l_i) проходят через точку $M_0(1; 2; -1)$ в

направлении вектора $\vec{a} = (3; 4; 2)$: $(l_1): \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{2}$; $(l_2): \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{2}$;

$(l_3): x = 1 + 3t, y = 2 + 4t, z = -1 + 2t$; $(l_4): x = 1 - 3t, y = 2 - 4t, z = -1 - 2t$.

1. (l_1)

2. (l_3)

3. (l_2)

4. (l_4)

40. Найти угол между двумя прямыми $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{2}$ и $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{5}$ в R^3

1. $\varphi = \arccos \frac{2\sqrt{2}}{3}$

2. $\varphi = \arccos \frac{\sqrt{2}}{3}$

3. $\varphi = 45^\circ$

4. $\varphi = 60^\circ$

Модуль 5. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

41. Решить неравенство: $|x-3| < 4$.

1. $(-1; 7)$

2. $(-7; 1)$

3. $(-4; 4)$

4. $(-7; 7)$

42. Найти участки возрастания функции $f(x) = -x^2 + 2x$.

1. $(-\infty; 1)$

2. $(1; +\infty)$

3. $(0; 2)$

4. $(-\infty; 0)$

43. Найти область определения $D(f)$ и область значений $E(f)$ функции $f(x) = \sqrt{-1-x}$.

1. $D(f) = (-\infty; -1]$

2. $E(f) = [0; +\infty)$

3. $D(f) = \emptyset$

4. $E(f) = \emptyset$

44. Какие из данных функций являются четными:

$f_1(x) = x^2 + 2x + 1$; $f_2(x) = x^2 + 2x$; $f_3(x) = x^2 - 3$; $f_4(x) = x^2 + |x| - 1$.

1. $f_3(x)$

2. $f_4(x)$

3. $f_2(x)$

4. $f_1(x)$ и $f_2(x)$

45. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$.

1. -1

2. 0

3. ∞

4. 2

46. Установить правильное соответствие между приведенными ответами и решениями неравенств:

1) $\frac{x-1}{x+3} \leq 0$

2) $|x-1| \geq 2$

3) $\sqrt[3]{x^2-1} \geq 0$

1. $x \in (-3; 1]$

2.. $x \in (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$

3. $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

47. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{3x})^x$.

1. $e^{1/3}$

2. e^3

3. e^{-3}

4. 1

48. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x - 4}$.

1. 4

2. 0

3. ∞

4. 1

49. Какие из функций $f_i(x)$ в точке $x_0 = 1$ имеют разрыв II рода:

$$f_1(x) = \frac{1}{x-1}; \quad f_2(x) = \frac{1}{x^2+1}; \quad f_3(x) = \frac{x-1}{x^2-1}; \quad f_4(x) = \frac{1}{\sin(x-1)}.$$

1. $f_1(x)$

2. $f_4(x)$

3. $f_3(x)$

4. $f_1(x)$ и $f_3(x)$

50. Установить правильное соответствие между приведенными ответами и типами точек разрыва функций:

1) $y = \begin{cases} x+1, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$

2) $y = \frac{1}{|x|}$

3) $y = \frac{x^2-1}{x-1}$

1. 1-го рода

2. 2-го рода

3. устранимый разрыв

51. Найти $f'(1)$, если $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$.

1. -3

2. 3

3. 2

4. 1

52. Найти $f'(1)$, если $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{1}{x}$.

1. 2

2. -2

3. 1

4. -1

53. Найти значение функции в стационарной точке, если $f(x) = 0,5x^2 - 2x$.

1. 2
2. 0
3. 8
4. 4

54. Найти угловой коэффициент касательной проведенной , к графику функции $y = 2x^2 - 3x$ при $x = 1$.

1. 1
2. -1
3. 2
4. -2

55. Написать уравнение касательной, проведенной к графику функции

$y = 0,5x^2 - 2x + 1$ в точке с абсциссой $x = 0$.

1. $y = -2x + 1$
2. $y = -2x$
3. $y = 2x - 1$
4. $y = x - 2$

56. Найти $f'(0)$, если $f(x) = 2^{x^2+3x}$.

1. $3\ln 2$
2. 0
3. $1,5\ln 2$
- 4.
5. $\ln 2$

57. Найти $f'(1)$, если $f(x) = \operatorname{arctg}(3x - 1)$.

1. 0,6
2. 0
3. ∞
4. 0,5

58. Установить правильное соответствие между ответами и возможными значениями производных 1-го порядка в точке $x_0 = 0$ функций :

- 1) $f_1(x) = \arcsin x$
- 2) $f_2(x) = \operatorname{arctg}(x + 1)$
- 3) $f_3(x) = \ln(2x + 1)$

1. 1
2. 0,5
3. 2

59. Найти dy и d^2y в точке $x = 1$, если $y = \ln(x^2 + 1)$.

1. $dy = dx$
2. $d^2y = 0dx^2$

3. $dy = 0,5dx$

4. $d^2y = -dx^2$

60. Установить правильное соответствие между приведенными ответами и точками экстремума функции $f(x) = -x^3 + 3x + 2$ и ее значениями в этих точках:

1) x_1 - точка min

2) x_2 - точка max

3) $f(x_1)$ - значение функции в точке min

4) $f(x_2)$ - значение функции в точке max

1. -1

2. 1

3. 0

4. 4

61. Издержки производства некоторой продукции x определяются формулой

$y = 0,5x^2 + 5x - 2$. Определить предельные издержки, если объем производства составляет $x = 30$.

1. 35

2. 30

3. 25

4. 15

62. Выручка от продажи продукции объема x определяется формулой

$f(x) = x^2 - 36\sqrt[3]{x} + 20$. Определить предельную выручку, если объем производства составляет $x = 8$.

1. 13

2. 10

3. 11

4. 12

Модуль 6. Дифференциальное исчисление функции многих переменных. Интегралы.

63. Найти значения полных дифференциалов функций $z = x^2 + 2x\sqrt{y}$ и $z = x^2 \ln y$ в точке $M_0(1;1)$.

1. $4dx + dy$

2. $0dx + dy$

3. $2dx + dy$

4. $dx + dy$

64. Дана функция $f(x; y) = 3x^2 \ln y$. Найти значения ее частных производных: 1) $f'_x(1;1)$

2) $f'_y(1;1)$

3) $f''_{xy}(1;1)$

1. 0

2. 3

3. 6

65. Найти значения полных дифференциалов функций $z = 2x^2y - xy$ и $z = xy^2 + 3xy$ в точке $M_0(1;1)$.

1. $3dx + dy$

2. $4dx + 5dy$

3. $4dx - 2dy$

4. $3dx + dy$

66. Дана функция $f(x; y) = x^2y + y^2 - \ln x$. Установить соответствие значений ее частных производных:

1) $f'_x(1;1)$

2) $f'_y(1;1)$

3) $f''_{xy}(1;1)$

1. 1

2. 3

3. 2

67. Вычислить $f'_x(1; 1)$ и $f'_y(1; 1)$, если $f(x; y) = x^2 \ln y$.

1. 0

2. 1

3. 2

4. 1,5

68. Найти стационарные точки функций $f_1(x; y) = 2x^2 - 4x + 3y^2 - 6y + 10$ и $f_2(x; y) = x^2 + 2x + y^2 - 4y + 10$.

1. (1; 1)

2. (-1; 2)

3. (-1; 1)

4. (2; 2)

69. Вычислить $f'_x(2; -1)$ и $f'_y(2; -1)$, если $f(x; y) = 3x - xy + y$.

1. 4

2. -1

3. -4

4. 2

70. Вычислить $f'_x(1;1)$, если $f(x; y) = 5x^2y - y^4 + 3$.

1. 10

2. 0

3. 2

4. 3

71. Найти значения частных производных по x функций $f_1(x; y) = x^2 - 3xy$ и $f_2(x; y) = -2xy + y^2$ в точке $M_0(1; 1)$.

1. -1
2. -2
3. 1
3. 2

72. Вычислить $f'_x(1; 1)$, если $f(x; y) = x^5 + 4x^2y^4 - y^3$.

1. 13
2. 1
3. 6
4. 12

73. Вычислить $f'_x(1; 1)$, если $f(x; y) = \frac{4xy}{x + y}$.

1. 1
2. 4
3. 6
4. 2

74. Установить правильное соответствие между ответами и значениями частных производных функция $z = 3x^2 - 2xy^2 + 6\ln y$ и точка $M_0(1; 2)$:

- 1) $z'_x(M_0)$
- 2) $z'_y(M_0)$
- 3) $z''_{xx}(M_0)$

1. -2
2. -5
3. 6

75. Дана функция $z = x^2 \ln y$. Найти z''_{xy} в точке $M_0(2; 1)$.

1. 4
2. -4
3. 0
4. -2

76. Найти пределы функций:

1) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 1}} \frac{x^2 - y^2}{x - y}$

2) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow -1}} \frac{x + y}{x^2 - y^2}$

3) $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ y \rightarrow 1}} \frac{x + y}{x^2 - y^2}$

1. 2
2. 0,5
3. -0,5

77. Дана функция $z = 3x^2y - 2xy^2$. Найти z''_{xx} в точке $M_0(1; 1)$.

1. 6
2. 4
3. -4
4. 1
-) 2

78. Установить правильное соответствие между приведенными ответами и значениями несобственных интегралов:

1) $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$

2) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

3) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$

1. ∞
2. 2
3. 1

79. Найти интеграл $\int 1,5\sqrt{x} dx$.

1. $x^{3/2} + C$
2. $\frac{3}{4\sqrt{x}} + C$
3. $\frac{9}{4}x^{3/2} + C$
4. $\frac{4}{9}x^{3/4} + C$

80. Установить правильное соответствие между указанными ответами и приведенными неопределенными интегралами:

1. $\int \sin 2x dx$

2. $\int \cos 2x dx$

3. $\int \cos(0,5x) dx$

- 1) $-0,5\cos 2x + C$
- 2) $0,5\sin 2x + C$
- 3) $2\sin(0,5x) + C$

81. Найти интеграл $\int \frac{1}{0,5x+4} dx$.

1. $2\ln |0,5x+4| + C$
2. $\ln |0,5x+4| + C$
3. $8\ln |0,5x+4| + C$
4. $-\ln |0,5x+4| + C$

82. Найти интеграл $\int \left(\frac{1}{1+x^2} + \sqrt{x} \right) dx$.

1. $\arctg x + \frac{2}{3}x^{3/2} + C$

2. $\lg x + \frac{1}{\sqrt{x}} + C$

3. $\arcsin x + \sqrt{x} + C$

4. $\operatorname{ctg} x + x^{3/2} + C$

83. Найти объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = x$, $y = 0$, $x = 1$, вокруг оси Ox .

1. $(1/3)\pi$

2. 2π

3. $(2/3)\pi$

4. π

84. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$.

1. $3/2$

2. 3

3. $2/3$

4. $2,5$

2семестр

Модуль 8. Ряды. Комплексные числа

85. Дан числовой ряд $\frac{3}{1} + \frac{4}{3} + \frac{5}{5} + \frac{6}{7} + \dots$. Какие из приведенных для его членов равенств

являются верными :

1. $a_{25} = 29/45$

2. $a_{35} = 37/69$

3. $a_{40} = 41/79$

4. $a_{61} = 63/121$

1. 2-й

2. 4-й

3. 1-й

4. 3-й

86. Найти 71-й член числового ряда $\frac{2}{1} + \frac{3}{3} + \frac{4}{5} + \frac{5}{7} + \dots$

1. $72/141$

2. $75/151$

3. $73/125$

4. $76/131$

87. Для каких из данных числовых рядов: 1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{n+100}$, выполняется

необходимое условие сходимости?

1. ни для одного

2. 1-го
3. 2-го
4. для обоих

88. Для каких из данных числовых рядов: 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{6n^2+1}$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+1}$

выполняется необходимое условие сходимости ?

1. 1-го
2. 3-го
3. 2-го
4. ни для одного

89. Какие из числовых рядов: 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{n+1} \right)^n$ сходятся по признаку Коши?

1. 1-й
2. 2-й
1. оба
1. ни один

90. Радиус сходимости какого из степенных рядов равен 1: 1) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n (x-1)^n$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (x-5)^n$,

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n} x^{n-1}$, 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} x^{n-1}$?

1. 2-го
2. 3-го
3. 1-го
4. 4-го

91. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$.

1. 1
2. ∞
3. 2
4. 0

92. Указать формулы, по которым можно найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$.

1. $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$

2. $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}$

3. $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|$

4. $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$

93. Решить ДУ I порядка $y' = \frac{1}{x^3} + 2x - 1$.

1. $y = -0,5 \frac{1}{x^2} + x^2 - x + c$

2. $y = 0,5 \frac{1}{x^2} + x^2$

3. $y = -3x^{-4} + 2$

4. $y = -3x^{-4} + 2 + c$

94. Решить ДУ I порядка $y' = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$.

1. $y = -x^{-1} + \ln |x| + c$

2. $y = \frac{1}{x} + \ln |x| + c$

3. $y = -\frac{1}{x} + \ln |x|$

4. $y = -2x^{-3} - \frac{1}{x^2}$.

71

95. Решить ДУ I порядка с разделенными переменными: $\frac{1}{x^2} dx + \frac{1}{y} dy = 0$.

1. $-\frac{1}{x} + \ln |y| = c$

2. $\frac{1}{x} + \ln |y| = c$

3. $-2 \ln |x| + \ln |y| = c$

4. $-\frac{1}{x} + \ln |y| = 0$

96. Решить ДУ I порядка с разделенными переменными: $\sin \frac{x}{2} dx + \cos 2y dy = 0$.

1. $-2 \cos(0,5x) + 0,5 \sin 2y = c$

2. $\cos(0,5x) + 0,5 \sin 2y = c$

3. $2 \cos(0,5x) + 0,5 \sin 2y = c$

4. $-\frac{1}{2} \cos(0,5x) + 2 \sin 2y = c$

97. Решить ДУ I порядка с разделяющимися переменными: $y' + 2xy = 0$.

1. $\ln |y| + x^2 = c$

2. $0,5 \ln |y| + x^2 = c$

3. $\ln |y| + \frac{1}{4}x^2 = c$

4. $\ln |y| + \frac{1}{2}x^2 = c$

98. Решить ДУ I порядка с разделяющимися переменными: $y' - \frac{1}{x}y = 0$.

1. $y = cx$;

2. $y - x = c$

3. $y + x = c$

4. $y = cx^2$

99. Какие из данных уравнений являются ЛНДУ 1-го порядка: 1) $y' + \frac{2x}{x+1}y = \sin x$, 2)

$y' + 3xy^2 = x$?

1. 1-е

2. 2-е

3. оба

4. ни одно

100. Решить ДУ II порядка $y'' = \sin x$.

1. $y = -\sin x + c_1x + c_2$

2. $y = \sin x + c_1x + c_2$

3. $y = -\sin x + c$

4. $y = \sin x + c$

101. Решить ЛОДУ II порядка с постоянными коэффициентами $y'' - 3y' + 2y = 0$.

1. $y = c_1e^x + c_2e^{2x}$

2. $y = c_1e^{-x} + c_2e^{-2x}$

3. $y = c_1xe^x + c_2e^{2x}$

4. $y = c_1e^x + c_2xe^{2x}$

102. Для составления общего решения ЛНДУ II порядка $y'' - 4y' + 3y = x + 1$ в каком виде следует искать его частное решение ?

1. $y = Ax + B$

2. $y = Ax^2 + Bx$

3. $y = Ax^2 + B$

4. $y = Ax^2 + Bx + c$

103. Для составления общего решения ЛНДУ II порядка $y'' - 4y = x + 1$ в каком виде следует искать его частное решение ?

1. $y = Ax + B$

2. $y = x(Ax + B)$

3. $y = Ax^2 + B$

4. $y = Ax^2 + Bx + c$

Модуль 10. Теория вероятностей. События и их вероятности

104. Совместные события

1. события, которые не являются более возможным, чем другие
2. события, которые в результате следствия случайных факторов могут, как произойти, так и не произойти
3. если в одном и том же испытании появление одного из событий исключает появление других событий
4. если в одном и том же испытании появление одного из событий не исключает появление других событий

105. Определение вероятности

1. Число которое ставится в соответствие некоторому случайному событию. Обозначается $P(A)$ и его значение $0 \leq P(A) \leq 1$.
2. Отношение числа всех возможных исходов событий к благоприятным исходам испытаний.
3. Число благоприятных случайных событий. Обозначается $P(A)$ и его значение $P(A) \geq 1$.

106. Число перестановок из n элементов равно

1. $n!$
2. $\frac{n!}{(n-k)!}$
3. $\frac{n!}{k!(n-k)!}$
4. $\frac{n!}{k_1! \times k_2! \times \dots \times k_n!}$

107. Число размещений из n элементов по k равно

1. $n!$
2. $\frac{n!}{(n-k)!}$
3. $\frac{n!}{k!(n-k)!}$
4. $\frac{n!}{k_1! \times k_2! \times \dots \times k_n!}$

108. Вероятность события A при условии, что B произошло

1. $P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$, если $P(B) > 0$
2. $P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$, если $P(A) > 0$
3. $P(A) = P(B)P(AB)$, если $P(B) > 0$
4. $P(B) = P(A)P(AB)$, если $P(A) > 0$

109. Вероятность события B при условии, что A произошло

1. $P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$, если $P(B) > 0$
2. $P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$, если $P(A) > 0$
3. $P(A) = P(B)P(AB)$, если $P(B) > 0$
4. $P(B) = P(A)P(AB)$, если $P(A) > 0$

110. Если некоторое событие B совершается с одним из n несовместных событий A_1, A_2, \dots, A_n , образующих полную группу событий, то вероятность этого события равна

$$1. P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B/A_i)$$

$$2. P(A_i/B) = \frac{P(A_i)P(B/A_i)}{P(B)}$$

$$3. P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB), \text{ если } P(A) > 0, P(B) > 0$$

$$4. P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)}, \text{ если } P(A) > 0$$

111. Вероятность события A_i при условии, что произошло событие B вычисляется по формуле Байеса

$$1. P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B/A_i)$$

$$2. P(A_i/B) = \frac{P(A_i)P(B/A_i)}{P(B)}$$

$$3. P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB), \text{ если } P(A) > 0, P(B) > 0$$

$$4. P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)}, \text{ если } P(A) > 0$$

112. При больших значениях n и малых p вероятность того, что в n независимых испытаниях событие A наступит равно k раз

$$1. P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

$$2. P_n(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \text{ при } \lambda = np$$

$$3. P_n(k_1, k_2) = \Phi(x'') - \Phi(x'), \text{ где } \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad x' = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}, x'' = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$$

$$4. P_n(k) = \frac{\varphi(x)}{\sqrt{npq}}, \text{ где } \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$$

113. При больших значениях n вероятность того, что в n независимых испытаниях событие A наступит ровно k раз

$$1. P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

$$2. P_n(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \text{ при } \lambda = np$$

$$3. P_n(k_1, k_2) = \Phi(x'') - \Phi(x'), \text{ где } \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad x' = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}, x'' = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$$

$$4. P_n(k) = \frac{\varphi(x)}{\sqrt{npq}}, \text{ где } \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$$

Модуль 11. Теория вероятностей. Случайные величины.

114. Случайной величиной называется

1. величина, которая в результате опыта может принять любые заранее неизвестные значения
2. величина, значение которой есть конечное или счетное множество фиксированных величин
3. величина, значения которой сплошь заполняют конечный или бесконечный промежуток
4. последовательность значений величины, расположенных в порядке возрастания

115. Дискретной случайной величиной называется

1. величина, которая в результате опыта может принять любые заранее неизвестные значения
2. величина, значение которой есть конечное или счетное множество фиксированных величин
3. величина, значения которой сплошь заполняют конечный или бесконечный промежуток
4. последовательность значений величины, расположенных в порядке возрастания

116. Функцией плотности распределения вероятностей называют

1. производную от функции распределения вероятностей
2. вероятность того, что случайная величина X примет значение меньше x ($X < x$)
3. Интеграл от функции распределения вероятностей
4. Вероятность попадания случайной величины в интервал (x_1, x_2)

117. Функцией распределения вероятностей случайной величины X называют

1. производную от функции распределения вероятностей
2. вероятность того, что случайная величина X примет значение меньше x ($X < x$)
3. Интеграл от функции распределения вероятностей
4. Вероятность попадания случайной величины в интервал (x_1, x_2)

118. Дисперсией непрерывной случайной величины X обозначают $D(X)$ или D_x и рассчитывают по формуле

1. $D_x = \int_{-\infty}^{\infty} (xf(x) - M_x^2)dx$
2. $D_x = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx$
3. $D_x = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx - M_x^2$
4. $D_x = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx - M_x^2$

119. Модой $M_0(X)$ непрерывной случайной величины X называют такое значение этой величины,

1. в котором плотность вероятности максимальна
2. при котором выполняется равенство $P(X < M_0) = P(X > M_0)$
3. которое равно ее среднему значению
4. которое соответствует ее отклонению от среднего значения

120. Функция распределения вероятностей показательного распределения НСВ имеет вид

1. $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq a, \\ \frac{1}{b-a}, & \text{если } a < x \leq b, \\ 0, & \text{если } x \geq b \end{cases}$
2. $f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-M_x)^2}{2\sigma_x^2}}$
3. $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0 \\ \lambda e^{-\lambda x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$
4. $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

121. Математическое ожидание равномерно распределенной НСВ

1. $M_x = \frac{a+b}{2}$
2. $M_x = \frac{(b-a)^2}{12}$
3. $M_x = \frac{1}{\lambda}$
4. $M_x = \frac{1}{\lambda^2}$

Модуль 12. Элементы математической статистики

122. Генеральной совокупностью называется

1. Совокупность всех возможных объектов данного вида, над которыми проводятся наблюдения
2. Отобранные из общей совокупности объекты для дальнейшего исследования
3. Расположение выборочных наблюдаемых значений случайной величины в порядке не убывания
4. Ранжированная совокупность вариант x_i с соответствующими им частотами или относительными частотами
5. Упорядоченная последовательность интервалов варьирования случайной величины с соответствующими частотами или относительными частотами

123. Выборочной совокупностью называется

1. Совокупность всех возможных объектов данного вида, над которыми проводятся наблюдения
2. Отобранные из общей совокупности объекты для дальнейшего исследования
3. Расположение выборочных наблюдаемых значений случайной величины в порядке неубывания
4. Ранжированная совокупность вариант x_i с соответствующими им частотами или относительными частотами
5. Упорядоченная последовательность интервалов варьирования случайной величины с соответствующими частотами или относительными частотами

124. Выборочная средняя

1. Среднее арифметическое полученных по выборке значений
2. Среднее арифметическое квадратов отклонений вариант от их выборочной средней
3. Математическое ожидание статистической оценки равно оцениваемому параметру
4. Выборочная дисперсия умноженная на величину $\frac{n}{n-1}$

125. Выборочная дисперсия

1. Среднее арифметическое полученных по выборке значений
2. Среднее арифметическое квадратов отклонений вариант от их выборочной средней
3. Математическое ожидание статистической оценки равно оцениваемому параметру
4. Выборочная дисперсия умноженная на величину $\frac{n}{n-1}$

126. Несмещенная оценка

1. Среднее арифметическое полученных по выборке значений
2. Среднее арифметическое квадратов отклонений вариант от их выборочной средней
3. Математическое ожидание статистической оценки равно оцениваемому параметру
4. Выборочная дисперсия умноженная на величину $\frac{n}{n-1}$

127. «исправленная» выборочная дисперсия

1. Среднее арифметическое полученных по выборке значений
2. Среднее арифметическое квадратов отклонений вариант от их выборочной средней
3. Математическое ожидание статистической оценки равно оцениваемому параметру
4. Выборочная дисперсия умноженная на величину $\frac{n}{n-1}$

128. Интервальная оценка

1. статистическая оценка параметров закона распределения случайной величины X характеризуется двумя числами – концами интервала
2. Статистическая оценка параметров закона распределения случайной величины X характеризуется одним числом

3. Статистическая оценка параметров закона распределения случайной величины X характеризуется заданной функцией
4. Статистическая оценка параметров закона распределения случайной величины X характеризуется множеством чисел

129. Доверительный интервал для оценки математического ожидания случайной величины X равен

1. $\bar{x}_B - \frac{z\sigma_x}{\sqrt{n}} < M_x < \bar{x}_B + \frac{z\sigma_x}{\sqrt{n}}$
2. $\bar{x}_B + \frac{z\sigma_x}{\sqrt{n}} < M_x < \bar{x}_B - \frac{z\sigma_x}{\sqrt{n}}$
3. $-\frac{z\sigma_x}{\sqrt{n}} < M_x < \frac{z\sigma_x}{\sqrt{n}}$
4. $\frac{s}{1+q} < M_x < \frac{s}{1-q}$

130. Нулевая гипотеза

1. Гипотеза, которая выдвинута.
2. Гипотеза, в которой существует разность между принятым и найденным по выборке значениями исследуемого параметра.
3. Гипотеза, которую принимают, хотя она не верна
4. Гипотеза, которую отвергают, 30 она верна.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» (86-100 баллов) выставляется студенту, если из 10 тестовых заданий он дает 90-100% правильных ответов;
- оценка «хорошо» (67-85 баллов) выставляется студенту, если из 10 тестовых заданий он дает 75-89% правильных ответов;
- оценка «удовлетворительно» (51-65 баллов) выставляется студенту, если из 10 тестовых заданий он дает 60-74% правильных ответов;
- оценка «неудовлетворительно» (менее 51 баллов) выставляется студенту, если из 10 тестовых заданий он дает менее 60% правильных ответов.

2.4.Комплект заданий для контрольной работы

Модуль1. Элементы линейной алгебры Контрольная работа №1

1. Найти обратную матрицу для матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Решить систему линейных уравнений двумя методами: методом Крамера и матричным методом (методом обратной матрицы).

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 4 \\ 2x_1 - x_2 = 3 \end{cases}$$

3. Найти общее и базисное решения системы линейных уравнений.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$$

4. Вычислить определитель, разложив по элементам первой строки.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

Модуль 2. Линейное пространство. n-мерные векторы

Контрольная работа №2

1. Даны векторы $a_1=(2;0;8)$, $a_2=(-10;3;0)$, $a_3=(-3;5;-1)$. Показать, что векторы a_1 , a_2 , a_3 образуют базис в R^3 и разложить вектор $v = (3, -4, 2)$ по этому базису.
2. Проверить взаимное расположение векторов (ортогональность, коллинеарность) и найти угол между векторами: $a_1=(2;0;8)$, $a_2=(-10;3;0)$.

МОДУЛЬ 3. ЭЛЕМЕНТЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

Контрольная работа №3

1. Даны вершины треугольника $A(-2;0)$, $B(2;4)$, $C(4;0)$. Составить уравнения высоты AD , медианы AE и найти их длины.
2. При каком значении параметра t прямые, заданные уравнениями $3tx-8y+1=0$ и $(1+t)x-2ty=0$, параллельны?
3. Написать уравнение плоскости, проходящее через две точки $M_1(1,2,3)$ и $M_2(2,1,1)$ перпендикулярно к плоскости $3x+4y+z-6=0$.
4. Исследовать, есть ли общая точка у трех плоскостей $(p_1): x+y+z-1=0$; $(p_2): x-2y-3z-5=0$; $(p_3): 2x-y-2z-8=0$.

Модуль 4. Кривые второго порядка

Контрольная работа №4

1. $3x^2 - 4y^2 = 12$ найти действительную и мнимую полуоси; координаты фокусов; эксцентриситет; уравнения асимптот.
2. Найти координат фокуса и эксцентриситет эллипса $3x^2 + 8y^2 = 24$
3. Построить линии, определяемые уравнениями:
а) $x^2 - 4y^2 + 6x + 5 = 0$; б) $y = 2 + \sqrt{6-2x}$; в) $y^2 + 4y + 4x^2 - 16x + 16 = 0$.

Модуль 5. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Контрольная работа №5

1. Найти пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 7x + 10}{2x^2 + 9x + 10}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1} - 5}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 7x - 2}{5x^3 - 3x + 1}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x} \right)^{3x};$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и установить характер точек разрыва :

$$y = 3 - \frac{16}{x+4}$$

3. Найти производные и дифференциалы 1 и 2 порядков

$$y = \frac{\cos x}{x}$$

4. Применяя правило Лопиталя, найти предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\arctg x}$.

5. Найти наименьшее значение функции $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ на отрезке $[-1; 3]$

6. Исследовать функцию и построить ее график

$$y = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 6x + 4$$

Модуль 6

Дифференциальное исчисление функции многих переменных. Интегралы.

Контрольная работа №6

1. Найти частные производные функций

$$U = \sin(x^3 y^4) \quad u = \ln \sqrt[3]{x^2} - xy + \sqrt{y}$$

2. Найти локальные экстремумы функций

$$u = x^2 - 3xy - y^2 + x + 6y - 4$$

$$z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 26$$

3. Найти интегралы непосредственным интегрированием

$$\int \frac{x^2 - 4x + 5}{x^3} dx \quad \int \frac{(x-3)^2}{x} dx$$

4. Интегрирование путем замены переменной

$$\int \cos(2x - 3) dx \quad \int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} dx$$

5. Найти интегралы

$$\int x^2 \ln x dx$$

$$\int_4^9 \sqrt{x}(1 + \sqrt{x}) dx$$

6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2 - 4x$, $y = 0$; б) $y = -x^2 + 3x$, $y = 0$;

в) $y = x$, $y = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$.

Модуль 8

Ряды. Комплексные числа

Контрольная работа №8

1. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+2} \right)^n$ по признаку Коши

2. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$

3. Пользуясь интегральным признаком, исследовать сходимость ряда $1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{9} + \frac{1}{13} + \dots$

4. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = 1 + \sqrt{3}i$ и представить его в тригонометрической и показательной формах

5. Решить уравнение на множестве комплексных чисел

$$x^2 - 6x + 25 = 0$$

6. Применяя формулу Муавра вычислить $\left(\frac{i}{1-i}\right)^8$

Модуль 9.

Обыкновенные дифференциальные уравнения

Контрольная работа №9

1. Решить линейное ДУ первого порядка

$$4y' + \frac{2y}{x+1} = x^2$$

2. Решить линейное ДУ первого порядка

$$y' - 2y = e^{2x}$$

3. Решить ДУ первого порядка с разделяющимися переменными

$$yx^2 dy + x dx = 0$$

4.. Решить линейное однородное ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами

$$y'' - 6y' + 9y = 0$$

5. Решить линейное однородное ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами

$$y'' + 2y' - 3y = 0$$

Модуль 10. Теория вероятностей. События и их вероятности.

Контрольная работа №10

Вариант

1. Среди 30 студентов, из которых 20 девушек, разыгрываются 5 билетов, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся 3 юноши и 2 девушки?

2. Для сигнализации об аварии установлены три независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сработает первый сигнализатор равна 0,98, а второй – 0,95, третий – 0,90. Найти вероятность того, что при аварии сработает

а) только два сигнализатора

б) хотя бы один сигнализатор

3. Из корзины, имеющей 3 красных яблока и 7 зеленых, вынимают по очереди яблоки. Найти вероятность того, что вторым по очереди будет вынуто красное яблоко.

4. К пульту охранной системы предприятия подключено 2000 датчиков, причём вероятность появления тревожного сигнала на каждом из них равна 0,0005. Определить вероятность тревоги (для чего достаточно хотя бы одного сигнала).

5. Вероятность того, что образец бетона выдержит нормативную нагрузку, равна 0,5. Найти вероятность того, что из 8 образцов 5 выдержат испытания.

Модуль 11. Теория вероятностей. Случайные величины.

Контрольная работа №11

Вариант

1. Стрелок производит по мишени 4 выстрела. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,3. Написать биномиальный закон распределения ДСВ X - числа попаданий в мишень.

2. ДСВ X задана законом распределения

X	1	4	5	7
P	0,1	0,2	0,3	0,4

Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график

3. ДСВ X задана законом распределения

X	1	2	x_3
P	0,2	p_2	0,3

и имеет математическое ожидание $M(X)=2,6$.
 $D(X)=?$

4. НСВ X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ (x-2)^2, & 2 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases} \quad \text{Найти } M(X), D(X) \text{ и } \sigma_x$$

5. Случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ 3x^3, & 2 < x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases} \quad \text{Найти интегральную функцию } F(x).$$

Контрольная работа №11

Вариант

1. Составить биномиальное распределение ДСВ X - числа девочек в семье с 5 детьми в предположении, что вероятность рождения девочки равна 0,4.

2. ДСВ X задана законом распределения

X	3	4	6	9
P	0,2	0,1	0,4	0,3

Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график

3. ДСВ X задана законом распределения

X	1	2	4
P	p_1	p_2	0,3

и имеет математическое ожидание $M(X)=2,2$.
Найти $D(X)=?$

4. НСВ X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{16x^2}{20}, & 1 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases} \quad \text{Найти } M(X), D(X) \text{ и } \sigma_x$$

5. Случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ 12x^3, & 1 < x \leq 5 \\ 0, & x > 5 \end{cases} \quad \text{Найти интегральную функцию } F(x).$$

Контрольная работа №11

Вариант

1. В магазин поступила продукция, содержащая 30% некачественных изделий. При проверке отобрано 4 изделия. Написать закон распределения ДСВ X – числа качественных изделий среди 4 отобранных и построить многоугольник распределения.

2. ДСВ X задана законом распределения

X	4	6	8	10
P	0	0,4	0,2	0,4

Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график

3. ДСВ X задана законом распределения

X	2	4	x_3
P	0,2	p_2	0,1

И имеет $M(X)=3,8$.

Найти $D(X) = ?$

4.. НСВ X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3 \\ 3x^4, & 3 < x \leq 5 \\ 1, & x > 5 \end{cases} \quad \text{Найти } M(X), D(X) \text{ и } \sigma_x$$

5. Случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ (\frac{1}{2}x^2 - 0,5)np, & 1 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases} \quad \text{Найти интегральную функцию } F(x).$$

Контрольная работа №11

Вариант

1. Стрелок производит по мишени 4 выстрела. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,3. Написать биномиальный закон распределения ДСВ X – числа попаданий в мишень.

2. ДСВ X задана законом распределения

X	1	4	5	7
P	0,1	0,2	0,3	0,4

Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график

3. ДСВ X задана законом распределения

X	1	2	x_3
P	0,2	p_2	0,3

и имеет математическое ожидание $M(X)=2,6$.

$D(X)=?$

4. НСВ X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ (x-2)^2, & 2 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases} \quad \text{Найти } M(X), D(X) \text{ и } \sigma_x$$

5. Случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ 3x^3, & 2 < x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases} \quad \text{Найти интегральную функцию } F(x).$$

Контрольная работа №11

Вариант

1. Составить биномиальное распределение ДСВ X - числа мальчиков в семье с пятью детьми в предположении, что рождение мальчика и девочки являются равновероятными событиями.

2. ДСВ X задана законом распределения

X	0	1	2	3
P	0,1	0,2	0,4	0,2

Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график

3. ДСВ X задана законом распределения

X	2	4
P	0,2	p_2

Найти $M(X)$, $D(X)$, σ_x . Построить многоугольник распределения

4. НСВ X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ 5x^4, & 2 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases} \quad \text{Найти } M(X), D(X) \text{ и } \sigma_x$$

5. Случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ x - 0,5, & 1 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases} \quad \text{Найти интегральную функцию } F(x).$$

Контрольная работа №11

Вариант

1. В магазин поступила продукция, содержащая 20% некачественных изделий. При проверке отобрано 5 изделий. Написать закон распределения ДСВ X – числа некачественных изделий среди 5 отобранных и построить многоугольник распределения.

2. ДСВ X задана законом распределения

X	2	3	4
P	0,2	0,4	0,4

Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график

3. ДСВ X задана законом распределения

X	x_1	4	7
---	-------	---	---

P	0,2	p ₂	0,3
---	-----	----------------	-----

и имеет математическое ожидание $M(X)=4,5$

$D(X)=?$

4. НСВ X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{3x^3}{5}, & 1 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases} \quad \text{Найти } M(X), D(X) \text{ и } \sigma_x$$

5. Случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ \frac{3}{4}x^2, & 2 < x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases} \quad \text{Найти интегральную функцию } F(x).$$

Контрольная работа №11

Вариант

1. Биатлонист производит 5 выстрелов. Составить закон распределения числа промахов, если вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,8.
2. ДСВ X задана законом распределения

X	1	4	6	7
P	0,2	0,2	0,4	0,2

Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график

3. ДСВ X задана законом распределения

X	1	3	x_3
P	0,3	0,4	p_3

и имеет $M(X) = 3$
Найти $D(X)=?$

4. НСВ X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \sqrt{x}, & 1 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases} \quad \text{Найти } M(X), D(X) \text{ и } \sigma_x$$

5. Случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{1}{2}x, & 1 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases} \quad \text{Найти интегральную функцию } F(x).$$

Модуль 12. Элементы математической статистики

Контрольная работа №12

1. Выборка задана в виде статистического распределения частот

α_i	2	4	5	7
n_i	1	4	3	2

Найти: а) распределение относительных частот;

б) эмпирическую функцию распределения

в) построить полигон частот и полигон относительных частот

2. Построить гистограмму частот и гистограмму относительных частот по данному распределению выборки:

Частичный интервал $x_i - x_{i-1}$	Сумма частот вариант интервала n_i
0-5	10
5-10	30
10-15	40
15-20	12
20-25	8

3. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=50$

x_i	3	5	6	8
n_i	5	20	15	10

Найти несмещенную оценку генеральной средней

4. Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки

x_i	1	4	5	8
n_i	4	6	7	3

5. Из нормально распределенного признака X генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=10$

x_i	4	5	8
n_i	5	3	2

Оценить с надежностью $\gamma=0,99$ неизвестное математическое ожидание a :

- 1) если среднее квадратическое отклонение равно 3
- 2) если значение σ неизвестно.

Критерии оценки по 100-балльной шкале:

Критерии оценки:

- оценка «отлично» (86-100 баллов) выставляется студенту, если студент выполнил контрольную работу самостоятельно в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, графики, вычисления; при решении задач сделаны правильные и аргументированные выводы. Студент демонстрирует исключительные знания, абсолютное понимание сути вопросов, безукоризненное знание основных понятий и положений по вопросам;
- оценка «хорошо» (66-85 баллов) выставляется студенту, если студент выполнил контрольную работу самостоятельно в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий при наличии несущественных или технических ошибок; демонстрирует глубокое знание материала, правильное понимание сути вопросов, знание основных понятий и положений по вопросам, допуская минимальное количество неточностей.
- оценка «удовлетворительно» (51-65 баллов) выставляется студенту, если студент выполнил работу не полностью, но не менее 50% объема практической работы, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки; демонстрирует общие знания, недостаточное понимание сути вопросов, наличие большого числа неточностей, небрежное оформление контрольной работы.

- оценка «неудовлетворительно» (менее 51 баллов) выставляется студенту, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов; в работе не раскрыто основное содержание вопросов, имеются ошибки в решении задач и освещении вопросов заданий, а так же имеются явные признаки плагиата. Оформление работы не соответствует предъявляемым требованиям. Студент демонстрирует непонимание сути вопросов, незнание основных понятий и положений по вопросам

1.5. Лабораторные работы

1 семестр

Модуль 1.

Лабораторная работа №1 «Операции над матрицами и определителями»

Лабораторная работа №2 «Решение систем линейных алгебраических уравнений»

Модуль 2.

Лабораторная работа №3 «Работа с массивами»

Модуль 3.

Лабораторная работа №4 «Построение прямой линии»

Модуль 4.

Лабораторная работа №5 «Построение кривых второго порядка»

Модуль 5. Лабораторная работа №6 «Исследование функций и построение графиков»

Модуль 6. Лабораторная работа №7 «Экстремумы функции двух переменных»

2 семестр

2. Модуль 8.

Лабораторная работа №8 «Проверка сходимости числовых рядов»

Модуль 9.

Лабораторная работа №9 «Решение дифференциальных уравнений второго порядка»

Модуль 10.

Лабораторная работа №10 «Повторение испытаний»

Лабораторная работа №11 «Числовые характеристики случайной величины»

Модуль 11.

Лабораторная работа №14 «Вычисление выборочных характеристик в Excel»

Критерии оценки по 100-балльной шкале:

Критерии оценки:

- оценка «отлично» (86-100 баллов) выставляется студенту, если студент выполнил лабораторную работу самостоятельно в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, графики, вычисления; при решении задач сделаны правильные и аргументированные выводы. Студент демонстрирует исключительные знания, абсолютное понимание сути вопросов, безукоризненное знание основных понятий и положений по вопросам;

- оценка «хорошо» (66-85 баллов) выставляется студенту, если студент выполнил лабораторную работу самостоятельно в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий при наличии несущественных или технических ошибок; демонстрирует глубокое знание материала, правильное понимание сути вопросов, знание основных понятий и положений по вопросам, допуская минимальное количество неточностей.

- оценка «удовлетворительно» (51-65 баллов) выставляется студенту, если студент выполнил работу не полностью, но не менее 50% объема практической работы, что позволяет получить

правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки; демонстрирует общие знания, недостаточное понимание сути вопросов, наличие большого числа неточностей, небрежное оформление контрольной работы.

- оценка «неудовлетворительно» (менее 51 баллов) выставляется студенту, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов; в работе не раскрыто основное содержание вопросов, имеются ошибки в решении задач и освещении вопросов заданий, а так же имеются явные признаки плагиата. Оформление работы не соответствует предъявляемым требованиям. Студент демонстрирует непонимание сути вопросов, незнание основных понятий и положений по вопросам

2.6 Вопросы к экзамену

Модуль 1.

1. Действия над матрицами. Операции над матрицами.
2. Определители и их свойства.
3. Обратная матрица. Ранг матрицы.
4. Основные понятия и определения СЛУ.
5. Метод обратной матрицы и правило Крамера.
6. Метод Жордана-Гаусса. Фундаментальная система решений.
7. Системы линейных однородных уравнений (СЛОУ).
8. Векторы на плоскости и в пространстве. N-мерные векторы и векторное пространство. Линейная зависимость векторов.
9. Размерность и базис ЛП. Разложение вектора по его базису.
10. Евклидовы пространства. Линейные операторы.
11. Собственные вектора и собственные значения линейного оператора.

Модуль 2.

1. Различные уравнения прямой на плоскости.
2. Взаимное расположение двух прямых. Угол между двумя прямыми.
3. Различные уравнения плоскости в пространстве R^3 .
4. Взаимное расположение двух плоскостей. Угол между двумя плоскостями.
5. Различные уравнения прямой в R^3 .
6. Взаимное расположение двух прямых в R^3 .
7. Уравнение прямой и уравнение линии на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
8. Окружность и Эллипс. Гипербола. Парабола.
9. Понятие об уравнении плоскости и прямой в пространстве.

Модуль 3.

10. Функция. Основные определения.
11. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
12. Простые и сложные проценты. Определения, формулы и примеры.
13. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства.
14. Предел функции в точке. Односторонние пределы. Теоремы о пределах функций.
15. Неопределённости вида $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty, \infty - \infty$. Определения и методы раскрытия.

16. Определение непрерывности функции в точке. Односторонняя непрерывность. Свойства функций, непрерывных на $[a; b]$.
17. Определение производной функции, её геометрический, физический и экономический смысл.
18. Дифференцируемость и дифференциал функции одной переменной. Определения и теорема.
19. Правило нахождения и таблица производных.
20. Производная сложной функции. Теорема. Обобщённая таблица производных.
21. Эластичность функции и её применение. Эластичность спроса относительно цены.
22. Экстремум функции одной переменной. Необходимое условие экстремума.
23. Достаточное условие существования экстремума функции одной переменной. Теоремы.
24. Схема исследования функции и построения графика.
25. Нахождение наименьшего и наибольшего значений функции.

Модуль 4.

26. Частные и полные приращения функции многих переменных. Частные производные I и высшего порядков. Смешанные производные.
27. Дифференцируемость функции многих переменных и полный дифференциал. Определения и теорема.
28. Локальные экстремумы функции многих переменных. Определения. Необходимые условия существования локальных экстремумов. Теорема.
29. Достаточные условия существования локальных экстремумов функции многих переменных. Теоремы.
30. Первообразная функция и неопределённый интеграл. Определения. Свойства неопределённых интегралов.
31. Таблица неопределённых интегралов. Основные методы нахождения неопределённых интегралов.
32. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определение и свойства определённых интегралов.
33. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование определённых интегралов заменой переменной и по частям.
34. Геометрическое и другие приложения определённых интегралов.

2 сем.

Вопросы к экзамену

Модуль 6.

1. Числовые ряды. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд.
2. Положительные ряды. Достаточные признаки сходимости.
3. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости. Теорема Лейбница.
4. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости. Понятие о рядах Тейлора
5. Определение комплексного числа.
6. Действия над комплексными числами.
7. Тригонометрическая форма комплексного числа.
8. Формула Муавра.
9. Показательная форма комплексного числа.
10. Формула Эйлера

Модуль 7.

11. Понятие о ДУ. Основные определения ДУ I-го порядка. Задача Коши.
12. ДУ I-го порядка с разделенными и разделяющимися переменными.
13. Линейные ДУ I-го порядка.
14. Линейные ДУ II-го порядка. Свойства решений.
15. Линейные однородные ДУ II-го порядка с постоянными коэффициентами.
16. Линейные неоднородные ДУ II-го порядка с постоянными коэффициентами.

Модуль 8.

17. Случайные события. Основные определения с примерами.
18. Классическое, статистическое и геометрическое определение вероятности с пояснениями и примерами.
19. Определения и формулы комбинаторики с примерами применения при нахождении вероятностей.
20. Определения суммы и произведения 2-х событий с обобщениями, пояснениями и примерами.
21. Теорема сложения вероятностей 2-х несовместных событий со следствиями и доказательствами.
22. Зависимые, независимые события, условная вероятность, определения, обобщения и примеры.
23. Теорема умножения вероятностей 2-х независимых событий с доказательствами и примером.
24. Теорема умножения вероятностей 2-х зависимых событий с доказательствами и примером.
25. Вероятность появления хотя бы одного из независимых в совокупности событий с доказательством и примером.
26. Теорема сложения вероятностей 2-х совместных событий с доказательством и примером.
27. Формула полной вероятности. Постановка задачи, вывод формулы и пример.
28. Формула Байеса. Постановка задачи, вывод формулы и пример.
29. Формула Бернулли. Постановка задачи, вывод формулы и пример.
30. Локальная теорема Лапласа: постановка задачи, пояснения и формулировка теоремы.
31. Формула Пуассона: постановка задачи, пояснения и формулировка теоремы.
32. Интегральная теорема Лапласа: постановка задачи, пояснения и формулировка теоремы.
33. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях: постановка задачи и вывод формулы.
34. Дискретные и непрерывные СВ. Закон распределения ДСВ. Многоугольник распределения. Определения, пояснения и примеры.
35. Биномиальный закон распределения: постановка задачи, обоснование записи закона и пример.
36. Интегральная ф-я распределения $F(x)$: определение и пример нахождения функции $F(x)$ с построением ее графика.
37. Свойства интегральной функции $F(x)$ с доказательствами и примерами.
38. Дифференциальная функция распределения $f(x)$: определения и свойства с доказательствами.
39. Математическое ожидание ДСВ: определение, пример и обоснование вероятностного смысла $M(X)$.
40. Математическое ожидание НСВ: пояснение и обоснование определения.
41. Свойства математического ожидания с доказательствами.
42. Дисперсия: понятия отклонения, квадрата отклонения ДСВ и записи законов их распределения. Определение дисперсии ДСВ X и формула ее нахождения.
43. Определение дисперсии для НСВ X . Свойства дисперсии с доказательствами.
44. Вывести формулу нахождения дисперсии: $D(x) = M(x^2) - M^2(X)$.

45. Нахождение $M(X)$ по формуле: $M(X)=\mu$. Формулировка теоремы, доказательство и пример.
46. Нахождение $D(x)$ по формуле $D(x)=\sigma^2$. Формулировка, доказательство и пример.
47. Определение среднего квадратического отклонения и теорема о среднем квадратическом отклонении суммы и взаимно независимых СВ.
48. Одинаково распределенные и взаимно независимые СВ и теорема о числовых характеристиках их среднего арифметического.
49. Распределение Пуассона. Простейший поток событий.
50. Равномерное распределение НСВ: определение, вывод формул для функций $f(x)$, $F(x)$, их графики.
51. Вывод формул для числовых характеристик равномерно распределенной на $[a;b]$ НСВ X .
52. Показатели распределения НСВ X : определение, вывод формул для функций $f(x)$, $F(x)$, их графики и числовые характеристики для X .
53. Нормальное распределение для НСВ X : определение, график для $f(x)$, смысл параметров, формулы нахождения вероятностей, правило 3 σ .
54. Понятие о многомерных СВ. Закон распределения для двумерной дискретной СВ.
55. Корреляционный момент: определение, теорема с доказательством, следствие и замечание.
56. Коэффициент корреляции случайных величин X и Y . Коррелированность и зависимость. Определения и пояснения.

Модуль 9.

57. Элементы математической статистики.
58. Понятие о выборочном методе. Основные определения и пояснения.
59. Статистические распределения выборки: основные пояснения, определения и примеры.
60. Полигон и гистограмма: определения, пояснения и примеры.
61. Эмпирическая функция распределения: определение, свойства функции $F^*(x)$ и пример.
62. Оценка параметров по выборке: пояснения и определения смещенности, состоятельности и эффективности оценки.
63. Генеральная и выборочная средние. Оценка генеральной средней.
64. Генеральная и выборочная дисперсии. Оценка генеральной дисперсии.
65. Исправленная дисперсия. Эмпирический стандарт.
66. Интервальные оценки, понятия точечного и интервальной оценок неизвестных параметров, доверительной вероятности и доверительного интервала.
67. Доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания при нормальном распределении с выбором результата.
68. Доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения с нормального распределения.
69. Метод произведения для вычисления выборочной средней и выборочной дисперсии.
70. Понятие корреляционного и регрессивного анализов и их основные задачи.
71. Выборочный коэффициент корреляции. Обоснование формулы и пояснения.
72. Корреляционная таблица.
73. Кривые регрессии.
74. Выборочные уравнения прямой линии регрессии: постановка задачи, краткое пояснение и результат.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» (86-100 баллов) выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при

видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы; правильно обосновывает принятое нестандартное решение; ответы на поставленные вопросы излагаются логично, последовательно и не требуют дополнительных пояснений;

- *оценка «хорошо»* (66-85 баллов) выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос. Ответы на поставленные вопросы излагаются систематизировано и последовательно. Правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения, а также имеет достаточно полное представление о значимости знаний по данной дисциплине;

- *оценка «удовлетворительно»* (51-65 баллов) выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой. Демонстрируются поверхностные знания вопроса; допускаются нарушения норм литературной речи.

- *оценка «неудовлетворительно»* (менее 51 баллов) выставляется студенту, если он не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, Материал излагается непоследовательно, сбивчиво, не представляет определенной системы знаний по дисциплине. Ответы на дополнительные вопросы отсутствуют. Имеются заметные нарушения норм литературной речи.